

# Estimación de la dimensión fractal de la actividad sísmica intermedia en el Noroeste Argentino

Esper, Lidia B.; Marta I. Torres y M. Graciela Juárez

Facultad de Ciencias Naturales e Instituto Miguel Lillo, UNT. Miguel Lillo 205, (4000) San Miguel de Tucumán. liesper@yahoo.com.ar; pirinchatb@yahoo.com.ar; grajuarez\_6@yahoo.com.ar

**RESUMEN** — Se presenta el cálculo de la dimensión fractal de la actividad sísmica intermedia, es decir, la producida entre 70-300 km de profundidad en la región N.O.A., dónde la actividad sísmica dominante es una consecuencia directa de la subducción de la placa de Nazca bajo la placa Sudamericana. Para identificar la propiedad fractal en el área bajo estudio, se utilizó el método de distribución de tamaños (magnitudes). Se trabajó con la base de datos del USGS "National Earthquake Information Center" y el análisis se realizó con el software IASPEI "Algorithms for Earthquake Statistics & Prediction" – International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior (USA). Se estimó la dimensión fractal ( $D$ ) para sismos de magnitudes medianas (de 4 a 6 en la escala de Richter) y grandes magnitudes (mayor que 6 en la misma escala) considerando el período entre 1933-2001, y se obtuvieron:  $D_1 = 1,11902 \pm 0,00086$  y  $D_2 = 0,80789 \pm 0,01979$  respectivamente. El análisis realizado en esta región indica que la relación entre la dimensión fractal y el exponente de escala de la ley exponencial de Gutenberg-Richter depende de la magnitud de los sismos.

**PALABRAS CLAVE:** Dimensión fractal, sismos, ley de potencia, ley de Gutenberg-Richter.

**ABSTRACT** — "Estimation of the fractal dimension of intermediate seismic activity in Northwestern Argentine Region". The aim of this paper is to estimate the fractal dimension of seismic activity at the depth between 70-300 km (intermediate) in the northwestern argentine region; where the prevailing activity is a direct consequence of the subduction of the Nazca Plate under the South American Plate. In order to identify fractal property in the area under study, the method of size distribution was used. This investigation was carried out with the database obtained from the USGS National Earthquake Information Center and the analysis was conducted with the IASPEI (Algorithms for Earthquake Statistics & Prediction) software. Fractal dimension ( $D$ ) was calculated for earthquakes of medium magnitude (4-6 on the Richter scale) and high magnitude (higher than 6 on the same scale), during a period between 1933-2001, and  $D_1 = 1,11902 \pm 0,00086$  and  $D_2 = 0,80789 \pm 0,01979$  being obtained respectively. The analysis effected in this region indicates that the  $D$  and  $b$  ratio depends on earthquake magnitude.

**KEYWORDS:** Fractal dimension, earthquakes, power law, Gutenberg-Richter law.

## INTRODUCCIÓN

Al no encontrar información sobre el cálculo de las dimensiones fractales de los sismos del noroeste argentino, nos hemos propuesto como objetivo estimar las dimensiones fractales de la actividad sísmica de la región comprendida entre los paralelos  $22^\circ$  S y  $28^\circ$  S, y los meridianos  $66^\circ$  O y  $68^\circ$  O. En esta zona de estudio, la mayoría de los hipocentros sísmicos se sitúan entre los 70 km y los 300 km de profundidad, los cuales son considerados sismos interplacas, contenidos entre lo que se denomina plano "Wadatti-Benioff" o Zona de subducción de la placa de Nazca. Los epicentros de los mismos se sitúan en su mayor parte en la provincia geológica conocida como Cordillera Oriental que corresponde al extremo austral de la larga faja andina que com-

prende la Cordillera Oriental del Perú y las Cordilleras Oriental y Central de Bolivia. Desde el punto de vista geográfico, la comarca se conoce con el nombre de Andes de Salta y Jujuy.

La actividad sísmica dominante en Sudamérica es una consecuencia directa de la subducción de la placa de Nazca bajo la placa Sudamericana. Si se excluye la sismicidad superficial de Argentina, casi la totalidad de los sismos se producen entre las placas. Los más peligrosos, desde el punto de vista de riesgo, son los grandes sismos de subducción. Hasta el momento, en esta zona, sólo se han registrado sismos con magnitudes que no superan los 8 grados en la escala de Richter (Torres, 2001).

La distribución espacial y temporal de

los sismos no es un fenómeno aleatorio. Su complejidad puede ser descripta por un comportamiento fractal, tanto en el espacio como en el tiempo.

A partir de los descubrimientos de Mandelbrot (1982) sobre la organización fractal de la naturaleza, alejándose de la geometría clásica euclidiana, estos conceptos comenzaron a aplicarse en otras ramas del conocimiento. La naturaleza de los fractales queda reflejada en el propio significado de su nombre; fractal, del latín *fractus*, que significa roto o quebrado. Se designan así a los objetos geométricos de estructura irregular, interrumpida o fragmentada, que siguen siendo así a cualquier escala. Básicamente tienen dos propiedades especiales, son semejantes a sí mismos (autosemejanza) y tienen dimensión fraccionaria, siendo esta dimensión un número real positivo, a diferencia de las dimensiones topológicas que son números enteros.

En Geología estos conceptos se empezaron a utilizar principalmente en los campos de Geomorfología y Sismología. En la zona de la Falla de San Andrés, en California, se descubrió que los sismos de magnitud 6 o menor tenían una distribución fractal en el espacio y en el tiempo, al comprobar que los sismos se presentaban en grupos autosemejantes y no en intervalos regulares.

Varias correlaciones estadísticas han sido usadas para relacionar la frecuencia de ocurrencia de sismos con sus magnitudes, pero la más aceptada es la relación logaritmo-lineal (Turcotte, 1992):

$$N(t) = 10^{a(t)-bm} \quad (1)$$

que se deduce de la ley exponencial de Gutenberg y Richter (1954).

Tomando logaritmo decimal en ambos miembros, y por propiedades de logaritmo, se tiene:

$$\log N(t) = a(t) - bm \quad (2)$$

donde  $N(t)$ : es el número de sismos registrados durante un intervalo de tiempo  $t$ , con una magnitud  $\geq m$  ocurridos en una determinada zona;

$b$ : exponente de escala, es una constante

sobre el intervalo de tiempo  $t$  que varía de región a región, generalmente está en el rango  $0,3 < b < 2$ , tomando en muchos casos valores próximos a uno (Ogata y Katsura, 1993);

$a$ : indica el nivel de actividad, es el logaritmo en base 10 del número de sismos de magnitud  $\geq 0$  registrados durante el intervalo de tiempo  $t$ .

A fin de estimar la dimensión fractal ( $D$ ) para la zona en estudio, se analizó la relación de la distribución frecuencia acumulada vs. magnitud de los sismos descripta por la ley anterior (2).

## METODOLOGÍA

Una distribución fractal es una distribución estadística de escala invariante y numerosos fenómenos geológicos tienen este importante rasgo. Por lo tanto no es sorprendente que un determinado conjunto de datos responda a estadísticas fractales.

Existen varios métodos para identificar la propiedad fractal. En este trabajo se utilizó la distribución de tamaños (Mandelbrot, 1982), siendo la base de este método y de la geometría fractal la relación dada por Barton y Lapointe (1995):

$$N(r) = C r^{-D} \Rightarrow N \propto r^{-D} \quad (3)$$

donde  $N(r)$ : representa el número de objetos con un tamaño mayor que un determinado  $r$  (por ejemplo: magnitud de sismos, longitud de estratos, etc.);

$C$ : es una constante de proporcionalidad; y  
 $D$ : la dimensión fractal.

Comparando las relaciones dadas en (1) y (3), la dimensión fractal espacial  $D$  de sismos está correlacionada con la pendiente  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter, dependiendo de la actividad sísmica (Legrand, 2002).

Aki (1981) deduce que la dimensión fractal de sismicidades:

$$D = 3b/c \quad (4)$$

donde  $c$  depende de la magnitud de los sismos.

La ecuación (4) es una relación clásica que tiene en cuenta las siguientes hipótesis:

a) La relación (2) de frecuencia – magnitud:  $\log N(t) = a(t) - bm$  se satisface para un amplio rango de medidas de sismos, global y localmente.

b) El momento sísmico escalar  $M$  se relaciona con la magnitud de superficie ( $m$ ) mediante la ecuación:

$$\log M = c m + d \quad (5)$$

donde  $c$  y  $d$  son constantes que dependen del tamaño del sismo.

c) Se cumple, en el caso de sismos de pequeña y mediana magnitud, la ley escalar de estática autosimilar, siendo el momento sísmico

$$M = \mu A \delta_e \propto L^3 \quad (6)$$

donde  $\mu$ : es el módulo de cizalla de la roca en la cual la falla está encajada;

$A$ : es el área del quiebre de falla, es decir, el producto de la longitud  $L$  por el ancho  $W$  de la falla. ( $L \approx W$  por la autosimilaridad);

$\delta_e$ : es el desplazamiento medio a través de la falla durante el terremoto; y

$L$ : es la dimensión característica de la falla.

Kanamori y Anderson (1975) han mostrado que también es una buena aproximación para relacionar el momento de un sismo con el área de la ruptura mediante:

$$M = \alpha A^{3/2} \quad (7)$$

donde  $\alpha$  es una constante.

Combinando las relaciones (2), (5) y (7) tenemos que:

$$\log N(t) = \frac{-3b}{2c} \log A + \log \beta \quad (8)$$

con

$$\log \beta = a(t) - \frac{b}{c} \log \alpha + \frac{db}{c} \quad (9)$$

así la relación (8) puede ser escrita como:

$$N(t) = \beta A^{-3b/2c} \Rightarrow N \propto A^{-3b/2} \quad (10)$$

y como  $A \sim r^2$ , de (10) se deduce que  $\Rightarrow N \propto r^{-3b/c}$  (11)

Comparando la definición (3) dada por Mandelbrot (1982) y la relación (11) se obtiene la dimensión fractal de la sismicidad distribuida  $D = 3b/c$  (Aki,1981).

Esta relación combinada con los estudios de Kanamori (1978) y Kanamori y Anderson (1975) han establecido bases teóricas para tomar  $c = 1$  y  $c = 1,5$  correspondiente a los sismos de pequeña y mediana magnitud respectivamente, con lo que se obtiene:

$$D = 3b \quad \text{y} \quad D = 2b \quad (12)$$

La tercera hipótesis (Legrand, 2002) no se satisface para sismos de grandes magnitudes, pues

$$M \propto L^2 \quad (13)$$

Usando las dos primeras hipótesis y la relación (13), la relación

$$D = 2b/c \quad (14)$$

debe ser usada para sismos de grandes magnitudes (Legrand, 2002), con  $c = 2$  según Scholz (1982, 2002).

Tomando  $c = 2$  en (14), resulta:

$$D = b \quad (15)$$

correspondiente a sismos de grandes magnitudes.

Si suponemos  $b = 1 \Rightarrow D = 3$ ;  $D = 2$  y  $D = 1$ , significa que los sismos de pequeña magnitud están distribuidos dentro de volúmenes, los de mediana magnitud sobre superficies y los de gran magnitud están distribuidos linealmente (Legrand, 2002).

## ANÁLISIS DE DATOS

Se trabajó con la base de datos del USGS “National Earthquake Information Center”, para un período de 68 años (1933-2001) y para su análisis se trabajó con el software IASPEI “Algorithms for Earthquake Statistic & Prediction”.

Mediante el método de estimación de

máxima verosimilitud y con un 95% de confianza se obtuvieron los siguientes valores de  $b$ :

$$b_1 = 0,55951 \pm 0,00043; 4 \leq m < 6$$

$$b_2 = 0,80789 \pm 0,01979; 6 \leq m < 8,5$$

Los valores de  $b$  se ajustaron mejor a la distribución frecuencia-magnitud acumulada usando la ley de potencia Gutenberg - Richter truncada superiormente, debido a que el coeficiente de ajuste de Akaike (AIC) dio valores mínimos en este caso.

Se estimaron las dimensiones fractales para sismos de medianas magnitudes (de 4 a 6 en la escala de Richter) y grandes magnitudes (mayor que 6 en la misma escala), tomando  $c = 1,5$  ( $D = 2b$ ) y  $c = 2$  ( $D = b$ ) respectivamente. Las dimensiones obtenidas fueron

$$D_1 = 1,11902 \pm 0,00086 \text{ y}$$

$$D_2 = 0,80789 \pm 0,01979$$

El análisis realizado en esta región indica que la relación entre  $D$  y  $b$  depende de la magnitud de los sismos, coincidiendo con Legrand (2002).

#### DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Gutenberg-Richter (1954) dieron la estimación de  $b$  para varias regiones del mundo. Los cambios temporales de  $b$  han atraído la atención de muchos investigadores principalmente por el interés de predicción de sismos desde que Suyehiro (1966) encontró diferencias en valores de  $b$  para secuencias de sacudidas previas al sismo principal y para las sacudidas posteriores al mismo (réplicas). Utsu (1971) revisó esto en más de 250 trabajos que hasta ese momento incluían descripciones de los valores de  $b$  y cantidades relacionadas para sismos ocurridos en distintas regiones del mundo; variaciones regionales de los valores de  $b$  de sismos superficiales, variaciones de los valores de  $b$  con la profundidad y variaciones de los valores de  $b$  con el tiempo.

Los cálculos realizados en este trabajo pusieron énfasis en las variaciones de  $b$  teniendo en cuenta las diferentes magnitudes sísmicas. De acuerdo a los valores estimados  $D_1 \approx 1,12$  y  $D_2 \approx 0,81$  podemos pensar que en la región de estudio el valor de  $D$  depende de la magnitud de los sismos. Es importante resaltar que en la zona estudiada no se registran grandes sismos destructivos.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aki, K. 1981. A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in *Earthquakes Prediction: An International Review*, Maurice Ewing Series 4, D.W.Simpson and P.G. Richards (editors), American Geophysical Union, Washington, D.C.: 566-574.
- Barton C. C. y P. R. Lapointe. 1995. *Fractal in the earth science*. Plenum Press. New York. 265 pp.
- Gutenberg B. y Ch. Richter. 1954. Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.* 34: 185-188.
- Kanamori, H. 1978. Quantification of earthquakes. *Nature* 271: 411-414.
- Kanamori, H. y L. Anderson. 1975. Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bull. Seism. Soc. Am.* 65: 1073-1095.
- Legrand, D. 2002. Fractal Dimensions of Small, Intermediate, and Large Earthquakes. *Bulletin of Seismological Society of America*. 92, 8: 3318-3320.
- Mandelbrot, B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Francisco: 662 pp.
- Ogata, Y. y K. Katsura. 1993. Analysis of temporal and spatial heterogeneity of magnitude frequency distribution inferred from earthquake catalogues. *Geophys. J. Int* 113: 727-738.
- Scholz, C. 1982. Scaling laws for large earthquakes: consequences for physical models. *Bull. Seism. Soc. Am.* 72: 1-14.
- Scholz, C. 2002. *The mechanics of earthquakes and faulting*. Second Ed., Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 471 pp.
- Suyehiro, S. 1966. Difference between aftershocks and foreshocks in the relation ship of magnitude to frequency of occurrence for the great Chilean earthquake of 1960. *Bull. Seism. Soc. Am.* 56: 185-200.
- Torres, M. I. 2001. *Métodos Estadísticos aplicados a la Sismología*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, inédito. 81 pp.
- Turcotte, D. 1992. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press, New York, 221 pp.
- Utsu, T. 1971. A method for determining the value of  $b$  in a formula  $\log N = a - bm$  showing the magnitude frequency relation for earthquakes. *Geophys. Bull. Hokkaido Univ.* 13: 99-103.